

EP III - Seminar

LASER

Begriff Der Begriff Laser ist eine Abkürzung und steht für Light Amplification bei Stimulated Emission of Radiation. D.h. ein Laser ist ein optischer Verstärker, der auf induzierter Emission basiert.

Bei induzierter Emission veranlasst das Strahlungsfeld ein Atom im angeregten Zustand E_i in einen tieferen Zustand E_k überzugehen. Das dabei emittierte Photon erhöht die Photonenzahl derjenigen Eigenschwingung des Strahlungsfeldes um ein, aus der das induzierende Photon stammt. Die beiden Photonen laufen daher in die gleiche Richtung. Noch mehr: Beide Photonen haben gleiche Energie, gleiche Frequenz, gleiche Wellenlänge und sogar gleiche Phasenlage. Sie sind also kohärent. Ursache dieser sehr starken Verkopplung ist, dass Photonen Bosonen sind und sich ihre Wellenpakete sehr stark überlappen.

Aufbau Ein Laser besteht im wesentlichen aus drei Komponenten:

- aktives Medium: Das aktive Medium ist das Material, in dem die induzierte Emission statt findet. Dies können sein: Festkörper (dotierte Kristalle oder Gläser, also Halbleiter), Flüssigkeiten (gelöste Farbstoffe) oder Gase.
- Energiepumpe: Die Energiepumpe regt das aktive Medium in höhere Energieniveaus an, so dass induzierte Emission statt finden kann.
- optischer Resonator: Der optische Resonator speichert die emittierte Strahlung in wenigen Moden des Strahlungsfeldes.

Laserbedingung Wenn eine elektromagnetische Welle mit der Frequenz ν in z -Richtung (entlang der Resonator-Achse des Lasers) durch ein Medium läuft, ändert sich ihre Intensität $I(\nu, z)$ gemäß dem Beerschen Absorptionsgesetz:

$$I(\nu, z) = I(\nu, 0) \cdot e^{-\alpha(\nu) \cdot z}$$

Nur wenn $\alpha(\nu) < 0$ verstärkt sich die Intensität beim Durchlaufen des Mediums. Es gilt:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_\nu}{dt} &= \frac{d\omega_\nu}{dz} \frac{dz}{dt} = \frac{d\omega_\nu}{dz} c, & \frac{d\omega_\nu}{dz} &= -\alpha\omega_\nu \\ & & \Rightarrow \alpha &= -\frac{d\omega_\nu}{dt} \frac{1}{\omega_\nu c} \end{aligned}$$

Hierbei bezeichnet ω_ν die spektrale Energie-Dichte. Die Ableitung der spektralen Energie-Dichte nach der Zeit ist:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_\nu}{dt} &= -\frac{h\nu}{\Delta\nu} \frac{dN_i}{dt} & \left| \frac{dN_i}{dt} \right. &= N_k B_{ki} \omega_\nu - N_i B_{ik} \omega_\nu \\ &= -\frac{h\nu}{\Delta\nu} (N_k B_{ki} \omega_\nu - N_i B_{ik} \omega_\nu) \\ &= \frac{h\nu}{\Delta\nu} (N_i B_{ik} - N_k B_{ki}) \omega_\nu & | B_{ki} &= \frac{g_i}{g_k} B_{ii} \\ &= \frac{h\nu}{\Delta\nu} \left(N_i - \frac{g_i}{g_k} N_k \right) B_{ik} \omega_\nu \end{aligned}$$

wobei N_i, N_k die Besetzungsdichten der Energieniveaus E_i, E_k sind und B_{ki}, B_{ik} die Einstein-Koeffizienten für Absorption und induzierte Emission. Da also $\alpha(\nu) = \left(N_i - \frac{g_i}{g_k} N_k \right) \sigma(\nu)$ mit $\sigma(\nu)$ der Absorptionsquerschnitt gilt, muss $N_i - \frac{g_i}{g_k} N_k > 0 \Leftrightarrow N_i > \frac{g_i}{g_k} N_k$ gelten. Die thermische Besetzungsverteilung entspricht einer Boltzmann-Statistik:

$$\frac{N_i}{N_k} = \frac{g_i}{g_k} e^{-\frac{E_i - E_k}{k_B T}} \Leftrightarrow N_i = \frac{g_i}{g_k} N_k \underbrace{e^{-\frac{E_i - E_k}{k_B T}}}_{< 1} \Rightarrow N_i < \frac{g_i}{g_k} N_k$$

Es muss also eine Besetzungsinversion vorliegen, damit der Lichtstrahl beim Durchlaufen des aktiven Mediums verstärkt wird. Um den Absorptionsquerschnitt $\sigma(\nu)$ zu ermitteln, betrachtet man die Lebensdauer $\tau_{Resonator}$ eines Photons im Resonator, die durch Verluste durch Auskopplung aus dem Resonator (Streuung, Laserstrahl) begrenzt ist, und die Lebensdauer τ_{Atom} des angeregten Zustands.

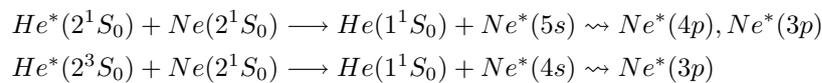
$$\tau_{Atom} = A_{ik} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{ik} \Leftrightarrow B_{ik} = \frac{c^3}{8\pi h\nu^3} \tau_{Atom}$$

Damit gilt nun:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_\nu}{dt} &= \frac{h\nu}{\Delta\nu} \left(N_i - \frac{g_i}{g_k} N_k \right) \omega_\nu \frac{c^3}{8\pi h\nu^3} \frac{1}{\tau_{Atom}} - \frac{\omega_\nu}{\tau_{Resonator}} \\ \Rightarrow \frac{d\omega_\nu}{dt} > 0 &\Leftrightarrow \frac{\omega_\nu}{\Delta\nu} \left(N_i - \frac{g_i}{g_k} N_k \right) \omega_\nu \frac{c^3}{8\pi\nu^2} \frac{1}{\tau_{Atom}} - \frac{\omega_\nu}{\tau_{Resonator}} > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{\Delta\nu} \left(N_i - \frac{g_i}{g_k} N_k \right) \frac{c^3}{8\pi\nu^2} \frac{1}{\tau_{Atom}} > \frac{1}{\tau_{Resonator}} \\ &\Leftrightarrow N_i - \frac{g_i}{g_k} N_k > \frac{\tau_{Atom}}{\tau_{Resonator}} \frac{8\pi\nu^2 \Delta\nu}{c^3} \end{aligned}$$

Beispiel 1: Rubin-Laser (3-Niveau-System) Beim Rubinlaser besteht das aktive Medium aus einem zylindrischen Al_2O_3 -Stab, der mit Chrom dotiert ist. Die Cr^{3+} -Ionen, werden durch Absorption des Lichtes einer Blitzlampe in zwei Energieniveaus E_1, E_2 gepumpt, die durch Wechselwirkung mit den Festkörperatomen stark verbreitert sind und deshalb breitere Intervalle im grünen und blauen Bereich aus dem Spektralkontinuum, der Blitzlampe absorbieren können. Die angeregten Atome geben durch Wechselwirkung mit den Gitterschwingungen des Kristalls einen Teil ihrer Energie ab und gehen dabei strahlungslos in das Niveau E_i über. Dieses Niveau bildet das obere Niveau des Laser-Übergangs. Unter speziellen Bedingungen kann man kurzzeitig in einem 2-Niveau-System Inversion erhalten, wenn die Pumpzeit kurz gegen alle Relaxationszeiten des Systems ist. Sonst wird bei direktem Pumpen auf das höhere Niveau des Übergangs, keine Energie mehr absorbiert, sobald das niedrigere Niveau stärker besetzt ist als das höhere.

Beispiel 2: He-Ne-Laser (4-Niveau-System) Der Helium-Neon-Laser wird durch Stöße in einer Gasentladung gepumpt. Die meisten angeregten Zustände der He- und Ne-Atome haben kurze Lebensdauern und gehen durch Emission von Fluoreszenz in tiefere Niveaus über. Beim Helium gibt es zwei metastabile Zustände, den 2^1S_0 ($\Sigma s = 0, \Sigma m = 0$) und den 2^3S_1 -Zustand ($\Sigma s = 1, \Sigma m = 0$), die nicht durch Dipolstrahlung in tiefere Niveaus übergehen können und lange spontane Lebensdauern $\tau(2^1S_0) \approx 20\text{ms}$ bzw. $\tau(2^3S_1) \approx 600\text{s}$ haben. Beide metastabile He-Niveaus sind fast in Energieresonanz mit angeregten Zuständen des Ne-Atoms. Durch fast resonante Stöße zweiter Art, die einen sehr großen Wirkungsquerschnitt haben, kann die Anregungsenergie vom He^* auf Ne übertragen werden.



Resonator-Moden Durch das Reflexionsvermögen R der Spiegel gelten im Resonator bestimmte Randbedingungen.

Demtröder: $\tau_{Resonator} = \frac{2d}{c \cdot \ln(R_1 \cdot R_2)}$ und $R = \sqrt{R_1 \cdot R_2}$

Skript: $\frac{1}{\tau_{Resonator}} = \frac{c}{L} (1 - R)$

Durch die Randbedingung in dem Resonator sind nur bestimmte stehende Wellen zulässig. Je nach Verstärkungsprofil können mehrere dieser sogenannten Moden beim Überschreiten der Laserschwelle anschwingen.

Ist die Lichtausbreitung parallel zur Resonator-Achse, so bezeichnet man diese Frequenzen als **longitudinale Moden**. Eine Verkippung der Ausbreitungsrichtung entspricht einer sogenannten **transversalen (elektromagnetischen) Mode (TEM)**. Da das Verstärkungsprofil des Resonators in der Regel breiter als der Abstand der einzelnen Moden ist, sieht man in der Regel mehrere einander liegende Moden. Die einzelnen Moden werden mit der Zahl der Knoten des elektromagnetischen Feldes in die x -, y - und z -Richtung klassifiziert:

$$TEM_{m,n,q}$$

Dabei bezeichnet m die Anzahl der Knoten in x -Richtung, n die Anzahl der Knoten in y -Richtung und q die Anzahl der Knoten in z -Richtung. Oftmals wird der Index $q = \frac{d}{\lambda}$ weggelassen. Die Fundamentalmode $TEM_{0,0}$ entspricht also einer rein longitudinalen Mode.

Einen Einmoden-Laser erhält man, indem man einen Interferenzfilter wie z.B. ein Fabry-Perot-Etalon (beidseitig verspiegelte Platte) verwendet.

Erzeugung kurzer Pulse Für die Erzeugung kurzer Pulse gibt es mehrere Möglichkeiten:

Güteschaltung Bringt man in den Resonator des Lasers ein zusätzliches Element, dessen Transmission man steuern kann (z.B. ein drehbarer Spiegel), so erlaubt dies eine Variation der "Resonatorgüte". Ist die Transmission klein, so wird die Besetzungsinversion sehr stark erhöht, da das obere Laserniveau nicht effektiv abgeregelt wird. Erhöht sich zu einem Zeitpunkt t_s die Güte des Resonators, so kann die Besetzungsinversion plötzlich effektiv abgebaut werden und es entsteht ein kurzer intensiver Laserpuls. Die Länge des Pulses ergibt sich aus der Zeitspanne, die benötigt wird, um die Inversion abzubauen:

$$\Delta t = \frac{L}{c}$$

Bei typischen Laserabmessungen im Bereich cm...m ergeben sich Pulslängen im Bereich von ns.

Modenkopplung (steht nicht im Skript)

Optische Kompression Bei der optischen Kompression verwendet man ein nicht-lineares Medium gefolgt von einem Doppelgitter

nicht-lineares optisches Element Beim nicht-linearen Medium lässt sich der Brechungsindex n aufteilen in einen linearen Anteil n_1 und einen nicht-linearen Anteil n_2 , der von der Intensität $I(t)$ des Laserpulses abhängig ist:

$$n(\omega, I) = n_1(\omega) + n_2 I(t)$$

Der zeitliche Verlauf der Intensität $I(t)$ lässt sich aus dessen spektraler Verteilung $I(\omega)$ ableiten gemäß:

$$I(t) = \int I(\omega) e^{i(\omega t - kz)} d\omega$$

Mit $\omega \cdot n(\omega, I) = ck \Leftrightarrow k = \frac{\omega n}{c}$ folgt für die Phase:

$$\begin{aligned} \phi &= \omega t - kz \\ &= \omega t - \omega n \frac{z}{c} \\ &= \omega \left(t - (n_1 + n_2 I(t)) \frac{z}{c} \right) \\ &= \omega \left(t - (n_1) \frac{z}{c} \right) - \omega n_2 \frac{z}{c} I(t) \\ &= \omega \left(t - (n_1) \frac{z}{c} \right) - A \cdot I(t) \\ \Rightarrow \omega &= \frac{d\phi}{dt} = \omega_0 - A \underbrace{\frac{dI(t)}{dt}}_{>0} \end{aligned}$$

Die Frequenz ist also erst klein, dann groß. Der lineare Anteil des Brechungsindex führt zu einer räumlichen Verbreiterung, der nicht-lineare Anteil führt zu einer spektralen Verbreiterung.

Doppelgitter Das Doppelgitter besteht aus einem Paar planparalleler optischer Gitter. Die Weglänge ist abhängig von der Wellenlänge. Große Wellenlängen haben eine große Weglänge zu durchlaufen und kleine Wellenlängen eine kleine Weglänge. Da zuerst die kleinen Frequenzen (also großen Wellenlängen) am Gitter eintreffen, die eine große Weglänge zu durchlaufen haben und dann die großen Frequenzen (also kleinen Wellenlängen) am Gitter eintreffen, die eine kleine Weglänge zu durchlaufen haben, wird das Wellenpaket zeitlich komprimiert. Damit konnte als Rekord ein Laserpuls der Länge $4fs$ erzeugt werden.

- Aufgaben**
1. Wie funktioniert ein Laser? Warum benötigt man Besetzungsinversion? (Skript)
 2. Was sind Resonator-Moden und wie selektiert man sie? (Skript)
 3. Wie funktioniert ein He-Ne-Laser? (Skript)
 4. Blatt 12, Aufgabe 27
 5. auf S. 278 sind insgesamt acht Aufgaben zum Kapitel Laser (Demtröder)
 6. S.589 Aufgabe 3.14 bis 3.18 könnten mit dem Thema zu tun haben... (Alonso/Finn)

- Quellen:**
- Skript S. 178-188
 - Demtröder S. 255-277
 - Alonso/Finn S. 577-579