

EP III - Seminar

Fragen

Die atomare Masseneinheit 1 u ist definiert als $\frac{1}{12}$ der Masse des Kohlenstoffisotops ^{12}C .

Der Milikan-Versuch nutzt den Einfluss der Coulomb-Kraft auf geladene Öltröpfchen. Beleuchtet man die Öltröpfchen mit UV-Strahlen, so kann man Elektronen aus dem Tröpfchen auslösen. Die Ladung der Öltröpfchen lässt sich an der Bewegung der Elektronen im \vec{E} -Feld ablesen. Dabei stellt man fest, dass die Bewegungen und damit die Ladung quantisiert ist. Aus der kleinsten Bewegungsänderung lässt sich durch Kräftegleichgewicht die Elementarladung herleiten: $m \cdot g = e \cdot E$.

Der Unterschied zwischen totalem und differentiellm Wirkungsquerschnitt: Der totale Wirkungsquerschnitt ist die Fläche eines Kreis mit dem Target im Mittelpunkt, durch den ein anderes Teilchen treten muss, um am Target gestreut werden zu können. Der differentielle Wirkungsquerschnitt betrachtet den Kreisring $r \in [r', r' + dr]$ durch den ein Streuteilchen treten muss, um in den Raumwinkel $\Omega \in [\Omega', \Omega' + d\Omega]$ abgelenkt zu werden. Er wird i. d. R. als $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ angegeben. Der totale Wirkungsquerschnitt ist das Integral des Differentiellen.

Die Verknüpfung zwischen Streuexperiment und Wechselwirkungspotential: Bei Streuexperimenten mit Elementarteilchen treffen sich die Teilchen nicht direkt (wie Billiardkugeln), sondern werden durch das Potential der Wechselwirkung (aus dem sich die Kraft durch Gradientenbildung ergibt), das Ergebnis ist allerdings analog zum Billiard. Daher können durch Auswertung des Streuexperiments Rückschlüsse auf das Potential gezogen werden.

Wie skaliert die Rutherford-Streuung mit der Energie des Projektils und dem Streuwinkel $\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{1}{E^2} \cdot \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$, wobei θ der Streuwinkel im Schwerpunktsystem ist.

Unterschied zwischen Labor- und Schwerpunktsystem Im Schwerpunktsystem kommen beide Teilchen entlang der x -Achse auf den Schwerpunkt zu, streuen dort und entfernen sich unter einem identischen Winkel voneinander. Das Target ruht anfangs im Schwerpunktsystem. Im Laborsystem ist dies alles nicht der Fall.

Ableitung des Rayleigh-Jeans-Gesetzes: Das Rayleigh-Jeans-Gesetz lässt sich u. a. durch Näherung des planckschen Strahlungsgesetzes für $\frac{h \cdot \nu}{k_B \cdot T} \ll 1$ herleiten. Es wurde allerdings schon vor Kenntnis der Quantenmechanik anderweitig abgeleitet. Die Näherung lautet: $I = k_B \cdot T \cdot 8 \cdot \pi \cdot \nu^2$.

Ableitung des planckschen Strahlungsgesetzes: Man betrachtet einen Hohlraum mit Wänden im thermischen Gleichgewicht. In dem Hohlraum sind nur diskrete stehende Wellen möglich, die Eigenschwingungen des betrachteten Körpers. Das Produkt der Zustandsdichte der Eigenschwingungen und deren mittlerer Energie liefert das plancksche Strahlungsgesetz.

Was ist das Stefan-Boltzmann-Gesetz: Das Stefan-Boltzmann-Gesetz liefert die von einer Quelle insgesamt abgestrahlte Leistung, indem das plancksche Strahlungsgesetz über alle Frequenzen integriert wird: $\frac{P}{A} = \sigma \cdot T^4$

Photoeffekt und Austrittsarbeit: Ein Elektron absorbiert ein Photon und erhält dessen Energie ($E = h \cdot \nu$) als kinetische Energie. Wenn diese Energie ausreicht, den Potentialtopf des Festkörpers zu verlassen, so tritt das Elektron aus diesem aus. Dabei verliert es einen Teil seiner kinetischen Energie (zur Überwindung des Potentials). Dies wird als Austrittsarbeit bezeichnet.

Compton-Effekt: Ein Photon interagiert mit einem freien Elektron. Dabei gibt das Photon einen Teil seiner Energie an das Elektron ab, dessen kinetische Energie zunimmt. Die Energie des Photons nimmt dementsprechend ab, wodurch sich die Wellenlänge verlängert. Die Formel lautet: $\lambda_s = \lambda_0 + 2 \cdot \lambda_C \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ mit dem Streuwinkel φ und der Compton-Wellenlänge λ_C . Dies ist nur bei freien Elektronen möglich, da ein Teil des Impulses übertragen werden muss.

de-Broglie-Wellenlänge: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$. Damit kann jedem Teilchen auch eine Wellenlänge zugeordnet werden, ein Punktteilchen lässt sich im Rahmen des Welle-Teilchen-Dualismus also auch als Welle beschreiben, der so genannten Materiewelle.

Materiewellen: siehe letzte Frage

Verknüpfung zwischen Materiewellen und physikalischen Experimenten: Obwohl Elektronen Punktteilchen sind, kann man mit Elektronen bei einem Doppelspaltexperiment Interferenzmuster erzeugen. Dies ist dann möglich, wenn man aufgrund der Unschärferelation nicht mehr sagen kann, durch welchen Spalt das Elektron gegangen ist.

Heisenbergsche Unschärferelation: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$ oder $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$. Diese grundlegende Gleichung der Quantenphysik bedeutet, dass man nicht unbegrenzt genau messen kann, ohne das zu messende System zu stören.

Quantisierungsbedingung: Elektronen müssen auf den bohrschen Bahnen strahlungsfrei umlaufen können. Daher müssen ihre Wellenlängen ganzzahlige Vielfache der entsprechenden de-Broglie-Wellenlänge sein. Für die Bahnen gilt: $r = \frac{n^2 \cdot a_0}{Z}$

Linienemission: Da die Elektronen wie in der letzten Frage erwähnt nur auf diskreten Bahnen umlaufen können, haben sie dort auch diskrete Energien. Die Energiedifferenz beim Übergang zweier Energieniveaus ist daher auch quantisiert.

Korrespondenzprinzip: Bei großen Quantenzahlen sollen die Gesetze der Quantenphysik in die Gesetze der klassischen Physik übergehen.

stationäre Schrödingergleichung: $\frac{-\hbar}{2 \cdot m} \cdot \Delta \Psi + E_{\text{pot}} \cdot \Psi = E_{\text{ges}} \cdot \Psi$.

Randbedingungen für Wellenfunktionen: Die Wellenfunktionen müssen stetig differenzierbar sein, was vor allem an Übergängen wichtig ist. Dort gilt: $\Psi_1(x) = \Psi_2(x)$ und $\dot{\Psi}_1(x) = \dot{\Psi}_2(x)$.

Tunneleffekt: Teilchen können klassisch nicht überwindbare Potentialberge mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit „durchtunneln“, das heißt sie verschwinden auf der einen Seite und tauchen auf der anderen Seite wieder auf. Beispiele sind die Kernfusion in der Sonne (Proton-Proton-Zyklus) und der α -Zerfall.

Energiezustände im parabolischen Potentialtopf: $E \propto n + \frac{1}{2}$. Wichtig hierbei ist, dass selbst für $n = 0$ eine Energie vorliegt, die so genannte Nullpunktsenergie.

Energiezustände im Rechteckpotential: $E \propto n^2$, genauer $E = E_1 \cdot n^2$

Operatoren, Eigenwerte, Eigenfunktionen, Messwerte: Sei Ψ Eigenfunktion des Operators \hat{A} und λ der zugehörige Eigenwert, dann gilt: $\hat{A}\Psi = \lambda \cdot \Psi$. Den Erwartungswert für den Messwert erhält man durch $\langle x \rangle = \int \Psi^* \cdot \hat{A}\Psi \cdot d\tau$.

Kommutierende Operatoren: Zwei Operatoren kommutieren genau dann, d. h. sie können vertauscht werden, wenn gilt: $\hat{A}\hat{B}\Psi - \hat{B}\hat{A}\Psi = 0$.

Quantisierungsbedingung für den Drehimpuls: Der Drehimpuls kann nur ganzzahlige Vielfache von \hbar annehmen. Für den Betrag des Drehimpulsvektors gilt $|\vec{l}| = \hbar \cdot \sqrt{l \cdot (l + 1)}$.

Folge (anti)symmetrischer Wellenfunktionen beim harm. Oszillator: Betrachtet man die Wellenfunktion für den harmonischen Oszillator $\Psi_n(x) = 2 \cdot i \cdot A \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{a} \cdot x\right)$, so ist für gerade n die Funktion identisch zum Grundzustand, für ungerade n um π verschoben.

Entartung im Wasserstoffatom: Im Wasserstoffatom ohne externes Magnetfeld haben alle Zustände mit gleicher Hauptquantenzahl n die gleiche Energie. Für den Entartungsgrad k gilt: $K = \sum_{l=0}^{n-1} (2 \cdot l + 1) = n^2$

Normaler Zeeman-Effekt: In einem externen Magnetfeld existiert eine Vorzugsrichtung für die sonst beliebige Quantisierungsachse. Daher spalten zu festem n und l die Zustände mit unterschiedlicher Magnetquantenzahl m auf, da sie dann unterschiedliche Energien haben. Die Aufspaltung der einzelnen m -Niveaus ist äquidistant.

Quantenzahlen im Wasserstoffatom: Die Quantenzahlen im Wasserstoffatom sind n , l , m und s . Für die Wertebereiche gilt: $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, $l \in \mathbb{N}^{<n}$, $m \in [-l, l] \subset \mathbb{Z}$, $s \in \left\{+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$.

Stern-Gerlach-Versuch: Man schickt Silberatome durch ein stark inhomogenes Magnetfeld, dessen Gradienten idealerweise senkrecht auf der Bewegungsrichtung der Silberatome steht. Silber ist geeignet, da es nur ein Elektron auf der äußersten Schale hat und die Drehimpulse zum Gesamtdrehimpuls $L = 0$ koppeln. In diesem Magnetfeld erfahren die Silberatome eine Ablenkung in Magnetfeldrichtung. Daraus kann man schließen, dass die Elektronen ein intrinsisches magnetisches Moment bzw. einen Eigendrehimpuls, den so genannten **Spin** besitzen.

Theoretische Ableitung des Elektronenspins: Der Elektronenspin lässt sich durch Betrachtung der Energieeigenwerte, Pauli-Matrizen und des Dirac-Sees inklusive seiner Löcher herleiten. Details finden sich im Keudell-Skript auf Seite 109 ff.

Feinstrukturaufspaltung: Die Feinstruktur entsteht durch die Kopplung zwischen Eigen- und Bahndrehimpuls der Elektronen (LS-Kopplung). Im Prinzip handelt es sich um einen Zeeman-Effekt, der jedoch durch das interne Magnetfeld, den der Kern „bei der Bewegung um die Elektronen“ (im entsprechenden Bezugssystem) erzeugt, verursacht wird. Für die Aufspaltung gilt: $\Delta E \propto \frac{Z^4}{n^3 \cdot l \cdot (l+1)}$

Anomaler Zeeman-Effekt: Der normale Zeeman-Effekt ist ein Spezialfall des Anomalen. Da der Gesamtspin im Allgemeinen nicht zu $S = 0$ koppelt, muss hier die LS-Kopplung betrachtet werden. \vec{L} und \vec{S} addieren sich zu \vec{J} . Die magnetischen Momente addieren sich jedoch mit $\vec{\mu}_j = \frac{-e}{2 \cdot m} \cdot \left(\vec{L} + g_s \cdot \vec{S}\right)$. Wegen des Vorfaktors g_s zeigt $\vec{\mu}_j$ nicht in die selbe Richtung wie \vec{J} . Daher präzidiert $\vec{\mu}_j$ dann im externen Magnetfeld um \vec{J} und beide Vektoren um die z -Achse, so lange das Magnetfeld nicht so stark ist, dass es die Spin-Bahn-Kopplung aufricht. Die Energie in der Präzisionsbewegung verursacht die Aufspaltung.

Kopplung aus Bahn- und Eigendrehimpuls: Bei kleinen Atomen gibt es LS-Kopplung. Dabei wird der Gesamtdrehimpuls \vec{L} durch Summation über die Drehimpulsvektoren aller Elektronen und der Gesamtspin \vec{S} durch Summation über die Spinvektoren aller Elektronen berechnet. Der Gesamtdrehimpuls berechnet sich dann zu $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. Diese Kopplung bricht auf, wenn ein externes Magnetfeld anliegt, das stärker als das interne Magnetfeld des Atoms ist.

Hyperfeinstruktur: Die Elektronen erzeugen am Ort des Kerns ein Magnetfeld. Der Gesamtspin der Kernbausteine bzw. das dazugehörige magnetische Moment präzidiert in diesem Magnetfeld. Bei der Messung der Hyperfeinstruktur misst man sowohl das magnetische Moment des Kerns als auch das Magnetfeld der Elektronen, erhält also Informationen über Kern und Hülle gleichzeitig.

Lamb-Verschiebung: Aufgrund der Unschärfe ist die Bahn der Elektronen nicht genau definiert, ihre Energie also ebenso wenig. Da die Energie der Elektronen variiert, emittieren und absorbieren die Elektronen dauernd virtuelle Photonen. Zur Messung versucht man Atome in einem Magnetfeld entsprechend aufzuspalten.

Das Pauli-Prinzip besagt, dass keine zwei Fermionen in allen Quantenzahlen übereinstimmen dürfen.

Fermionen und Bosonen: Fermionen sind Spin 1/2-Teilchen (Leptonen und Quarks), also alle Teilchen aus denen sich Materie bzw. Antimaterie zusammensetzt. Bosonen sind Teilchen mit ganzzahligem Spin, also alle Austauscheteilchen (Photonen, Gluonen, WZ-Bosonen und evtl. Gravitonen) Die Wellenfunktionen von Fermionen sind antisymmetrisch und die Wellenfunktionen von Bosonen symmetrisch.

Die Hund'schen Regeln sind :

- Pauli-Verbot
- minimale Energie,
- Der Gesamtspin S nimmt den maximal möglichen Wert an, die Spins der einzelnen Elektronen s_i stehen also möglichst parallel.
- Volle Schalen und Unterschalen haben den Gesamtdrehimpuls Null.
- Erlaubt das Pauli-Prinzip mehrere Konstellationen mit maximalem Gesamtspin S , dann werden die Unterzustände mit der Quantenzahl m so besetzt, dass der Gesamt-Bahndrehimpuls L maximal wird.
- Ist eine Unterschale höchstens zur Hälfte gefüllt, dann ist der Zustand mit minimaler Gesamtdrehimpulsquantenzahl J am stärksten gebunden. Bei mehr als halbvollen Unterschalen ist es umgekehrt. (LS-Kopplung)

Das Periodensystem ist in den Reihen nach den Hauptquantenzahlen n sortiert, die Spalten (Gruppen) entsprechen der Anzahl der Elektronen der äußersten Schale.

Die Alkali-Atome sind die Atome der ersten beiden Hauptgruppen. Insbesondere die Erdalkali-Atome der ersten Hauptgruppe verhalten sich annähernd wie das H-Atom.

Die Einstein-Koeffizienten werden zur Berechnung der spontanen und stimulierten Emission verwendet. Man unterscheidet dabei die Koeffizienten der Absorption (B_{ki}), der stimulierten Emission (B_{ik}) sowie den Einstein-Koeffizienten der spontanen Emission (A_{ik}).

Das Dipolmatrixelement oder auch Übergangsdipolmoment $M_{ik} = q \int \Psi_i \vec{r} \Psi_k d\tau$ ist ein Maß für die Fähigkeit eines Atoms oder Moleküls, elektromagnetische Strahlung zu absorbieren bzw. emittieren.

Röntgenstrahlung entsteht entweder in Form von Bremsstrahlung durch das Abbremsen von Elektronen beim Eindringen in eine Atom- oder Molekülschicht oder in Form von charakteristischer Strahlung, wenn in einem Atom von einem schnellen, freien Elektron Elektronen aus einer inneren Schale gestoßen werden und Elektronen einer äußeren Schale auf das niedrigere Energieniveau hinabfallen.

Die Absorption von Röntgenstrahlung in Materie erscheint fast diskret. Da bei der Absorption Atome nur absorbieren können, wenn die Energie der Strahlung reicht, um den Übergang eines Elektrons von einer Schale in eine andere Schale zu ermöglichen, entstehen Absorptionskanten.

Ein Laser ist ein optischer Verstärker der auf induzierter Emission basiert. Damit die Wahrscheinlichkeit für induzierte Emission größer ist als die Wahrscheinlichkeit für spontane Emission, muss das höhere Niveau i des Übergangs stärker besetzt sein als das niedrige k . Die thermische Besetzung folgt einer Boltzmann-Statistik $\frac{N_i}{N_k} = \frac{g_i}{g_k} e^{-\frac{E_i - E_k}{k_B T}}$ d.h. das höhere Niveau i ist weniger besetzt. Es ist also eine Besetzungsinversion nötig, damit die Laserbedingung $\frac{d\omega_\nu}{dt} = -\frac{h\nu}{\Delta\nu} \frac{dN_i}{dt} > 0$ erfüllt ist.

Resonator-Moden sind die stehenden Wellen, die sich im Resonator ausbilden. Man kann von den möglichen stehenden Wellen, die sich im Verstärkungsprofil des Resonators bilden können, bestimmte selektieren, indem man zusätzliche Filter wie z.B. Interferenzfilter in den Resonator einfügt.

Ein He-Ne-Laser besteht u.a. aus einer Glas-Röhre, die Helium und Neon enthält. Die Helium-Atome werden angeregt in die metastabilen Zustände 2^1S_0 - und 2^3S_1 . Über resonante Stöße regen sie so die Neon-Atome an zu $Ne(5s)$ und $Ne(4s)$ bei der Abregung zu $Ne(4p)$ bzw. $Ne(3p)$ werden Photonen emittiert. Die Zustände $Ne(4p)$ bzw. $Ne(3p)$ werden durch Stöße entvölkert, so dass es genügt einen kleinen Anteil der Neon-Atome in die angeregten Zustände zu bringen.