Hendrik Vondracek
13. Juni 2008

Astronomie II - Zusammenfassung Kapitel 9.2
Bahnelemente

Beschreibung einer Keplerbahn Insgesamt bestehen drei Möglichkeiten, eine Planetenbahn zu beschreiben. Formal können diese mittels Integration hergeleitet werden.

Die **für Computermodelle** häufig verwendete Methode ist die Bestimmung einer Bahn durch Bestimmung des Ortsvektors und der Geschwindigkeit zu einem Zeitpunkt t0. Somit erhält man beispielsweise für kartesische Koordinaten und dreidimensionale Darstellung sechs Komponenten:

- $\vec{r}_x$, $\vec{r}_y$, $\vec{r}_z$
- $\vec{v}_x$, $\vec{v}_y$, $\vec{v}_z$

Eine andere Möglichkeit ist die Angabe des Drehimpulses L, der Richtung des Perihel als Vektor (das ist gerade die lineare Exzentrizität e) und der Zeit des Periheldurchgangs τ.

Die häufigste Möglichkeit ist die auch als **klassische Methode** bezeichnete Angabe der **Bahnelemente**. Dabei wird hier die Geometrie der Bahn stärker berücksichtigt. Diese Methode findet auch bei der Beschreibung von Bahnen in Datenbanken oder Almanachen Verwendung. Die Bahnelemente sind im Einzelnen:

- **a**: die **große Halbachse** der Bahn. Es gilt der geometrische Zusammenhang $a^2+b^2=c^2$, wenn b die kleine Halbachse bezeichnet und c die Strecke zwischen Mittelpunkt und Brennpunkt einer Ellipse.
- ε: die **Exzentrizität**.
- Ω: die **Länge des ansteigenden Knotens** (engl. 'longitude of ascending node'). Dieser Winkel wird beginnend vom Frühlingspunkt in der Ebene der Ekliptik gezählt.
- i: die Neigung der Bahn gegen die Ekliptik (**Inklination**).
- ω: das **Argument des Perihel**. ω wird entlang der Bahn gemessen, und zwar ausgehend von der Länge des aufsteigenden Knoten Ω.
- τ: wie bereits oben die **Zeit des Periheldurchgangs**.

Zu diesen klassischen Bahnelementen gibt es je nach Anwendung verschiedene Variationen. Dabei wird sehr häufig - wenn auch mathematisch nicht korrekt - die Länge des Perihel $\bar{\omega}=\Omega+\omega$ angegeben. Eigentlich ist eine solche Addition nicht möglich, da die Winkel in unterschiedlichen Ebenen gemessen werden. Dies wird für kleine Inklinationen i vernachlässigt.

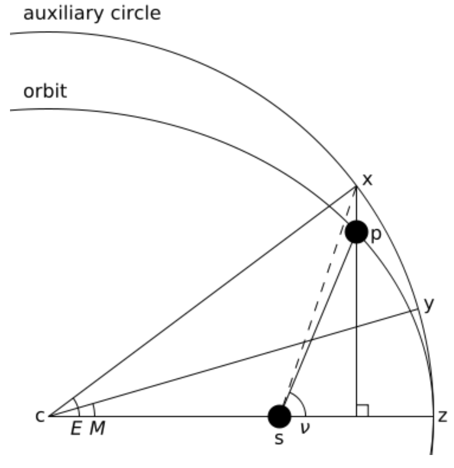
Alle Darstellungen sind nur für Zwei-Körper-Probleme gültig - für n-Körper-Probleme müssen zeitlich veränderliche Bahnelemente, sie sogenannten **oskulierenden Bahnelemente** eingebracht werden.

Weitere Folgerungen aus den Keplerschen Gesetzen und der Ellipsengeometrie Da die Ellipse - mathematisch betrachtet - die affine Transformation eines Kreises ist, lässt sich die Ellipse auch über den Unterschied zwischen tatsächlicher Position und Position auf einer angenommenen Kreisbahn beschreiben. (vgl. Karttunen p. 121f.) Dazu werden drei Anomalien definiert:

- **wahre Anomalie** f bzw. ν: Sie beschreibt den zeitabhängigen Winkel zwischen Perihel und Position zur Zeit t1.
- **exzentrische Anomalie** E (siehe Skizze); Es gilt für den Radiusvektor $\vec{r}(t)$: $\vec{r}(t)=a(1-\varepsilon * cos(E))$
- **mittlere Anomalie** M (siehe Skizze); Sie ist definiert als $M=\frac{2*\pi}{P}*(t-\tau)$ und eine mit t linear wachsende Größe.

Abschließend erhält man aus diesen Betrachtungen die fundamentale **Keplergleichung**:

$$\boxed{E-\varepsilon * sin(\varepsilon)=M}$$



Skizze der Ellipsengeometrie